Note technique 2 : Calcul des charges de traction au niveau de chaque cheville individuelle d'un groupe avec PROFIS Chevilles 2.0

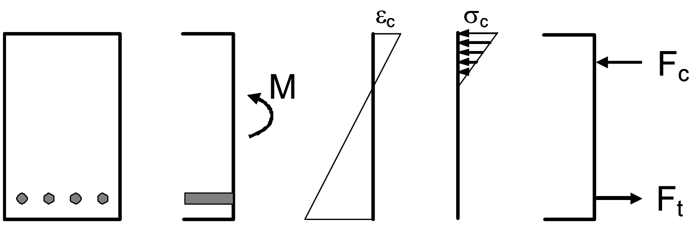
Dans l'analyse statique d'un problème de fixation, les charges et moments agissent sur la pièce à fixer. Néanmoins, pour le calcul de l'ancrage, il est nécessaire de déterminer les charges agissant sur chaque cheville individuelle. La distribution des forces et des moments entre la pièce à fixer et les chevilles individuelles est la plupart du temps calculée selon la théorie de l'élasticité (voir par exemple le § 4.2 de l'annexe C du guide ETAG 001).

Pour le calcul des charges agissant sur les chevilles, résultant des charges et moment agissant sur la pièce à fixer, selon la théorie de l'élasticité, les hypothèses suivantes sont faites:

- La platine ne se déforme pas sous l'action des charges. La platine est, par conséquent, suffisamment rigide.
- La rigidité de toutes les chevilles est identique et correspond au module d'élasticité de l'acier.
- Dans la zone de compressions sous la platine, les chevilles ne reprennent pas de charges de traction (forces de compression) sauf si elles ont été configurées pour un montage avec écartement (ce dernier cas n'est pas couvert par la présente note).

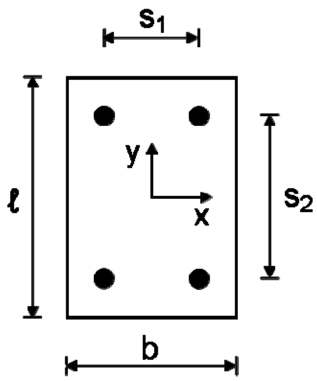
Dans cette note; le calcul des charges est montré sur un exemple relativement simple pour lequel une solution peut être atteinte par calcul. Il faut noter que pour des applications plus complexes (par ex. groupes avec un grand nombre de chevilles, charge de traction et moment dans les deux directions, configuration de chevilles non régulières), la même approche conduit à des algorithmes par itération (résolution des plusieurs équations linéaires) car il n'existe pas de solutions par calcul direct.

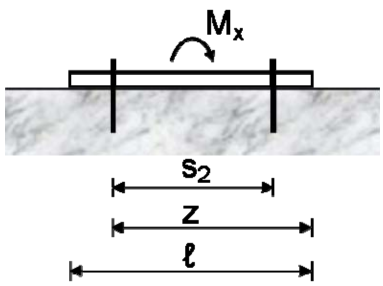
Il convient également de noter que l'approche retenue pour une application de chevillage est similaire à celle utilisée pour la conception d'ouvrages en béton armés (par ex. poutre) pour déterminer les forces dans le renforcement (F_t).



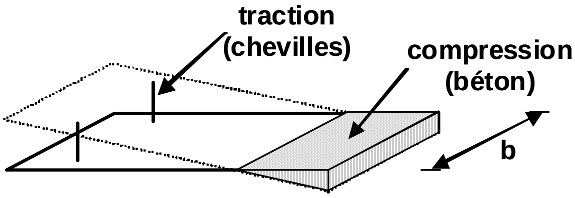
Exemple de calcul des charges agissant sur les chevilles :

Les charges agissant sur chaque cheville individuelle sont déterminées pour un groupe de 4 chevilles soumises à un moment agissant sur la pièce à fixer.

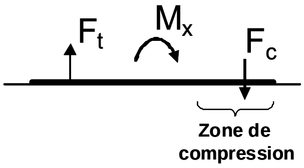




Le moment M_x introduit une compression sur une partie du béton et une traction sur les chevilles situées hors de cette zone de compression.



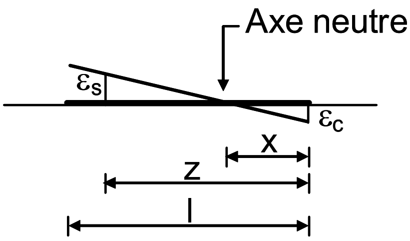
Le couple interne consistant en une force de traction sur les chevilles (F_t) et une force de compression sur le béton (F_c) est schématisé comme montré dans la figure ci-dessous.



Pour déterminer les forces au niveau des chevilles, il faut mener les étapes suivantes :

1. déterminer les déformations dans le béton et les chevilles
2. déterminer les contraintes induites dans le béton et les chevilles
3. déterminer les forces dans le béton et les chevilles

L'hypothèse de pièce à fixer (platine) rigide mentionnée ci-dessus correspond de manière basique à l'hypothèse de Bernoulli (les sections résistantes planes sont supposées rester planes) pour la conception du béton armé. Basé sur cette hypothèse, la distribution des contraintes (en conception ELS) pour l'exemple en cours est schématisé ci-dessous (*les déformations sont exagérées pour des raisons de clareté) :*



Avec

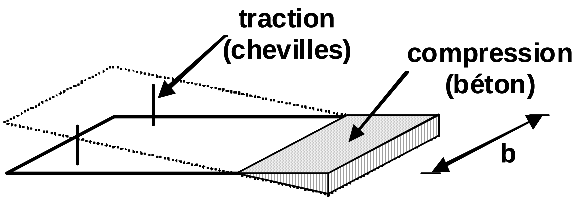
ε_c déformation en compression dans le béton au bord de la platine

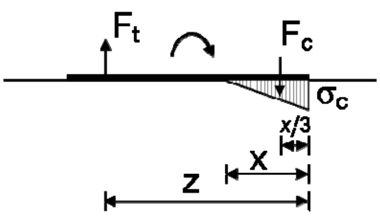
ε_s déformation en traction dans la cheville; $\varepsilon_S = \frac{\varepsilon_C}{x} \cdot (z - x)$

z distance entre la cheville et le bord oppose de la platine

x position de l'axe neutre

Avant de pouvoir évaluer les contraintes, il est nécessaire de déterminer la position de l'axe neutre et ensuite la longueur du bras de levier interne.
Pour cette étape, il convient tout d'abord d'établir une hypothèse de relation entre déformation et contrainte. En suivant une approche fréquemment utilisées, une relation linéaire entre déformations et contraintes est assumée (voir par ex. les articles “Anchorage in concrete construction” (par R. Eligehausen, R. Mallée, J. Silva, Ernst & Sohn Verlag, 2006) ou “Reinforced Concrete” (par R.F. Warner, B.V. Rangan, A.S. Hall; Pitman, 1977)). Par conséquent, le block de contrainte de compression dans le béton sous la pièce à fixer a une section résistance triangulaire:





Pour l'exemple en cours, on considère que 2 chevilles sont soumises à une charge de traction et les 2 chevilles restantes sont situées dans la zone de compression. Cette hypothèse doit être confirmée lorsque la position de l'axe neutre aura été déterminée.

La force de compression F_c dans le béton peut maintenant être écrite comme

$$F_c = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_c \, x \, b) = \frac{1}{2} \varepsilon_c \, E_c \, x \, b \qquad (1)$$

Et la force totale de traction force F_t dans les chevilles peut être exprimée par

$$F_t = \sigma_s \overline{A}_s = \varepsilon_s \, E_s \overline{A}_s = \frac{\varepsilon_c}{x}(z - x) E_s \overline{A}_s \qquad (2)$$

Où $\bar{A}_s$ est le total des sections résistantes pour les deux chevilles en traction.

Considérant les conditions d'équilibre, la force de compression doit être égale à la force de traction, soit

$$F_c = F_t \qquad (3a)$$

$$\frac{1}{2} \varepsilon_c \, E_c \, x \, b = \frac{\varepsilon_c}{x}(z - x) E_s \overline{A}_s \qquad (3b)$$

$$\frac{1}{2} b E_c \, x^2 + E_s \overline{A}_s \, x - z E_s \overline{A}_s = 0 \qquad (3c)$$

En introduisant l'élément suivant $m = \frac{E_s}{E_c}$ pour des raisons de simplification, on obtient l'équation suivante:

$$\frac{b}{2} x^2 + m \overline{A}_s \, x - z \, m \overline{A}_s = 0 \qquad (4)$$

En utilisant la solution générale pour une équation quadratique $a \, y^2 + b \, y + c = 0$, on obtient :

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad (5)$$

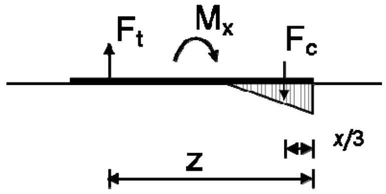
La position de l'axe neutre, qui est représentée par la solution de l'équation (3c) peut alors être déterminée par :

$$x = \frac{-m \overline{A}_s \pm \sqrt{(m \overline{A}_s)^2 - 4\left(\frac{b}{2}\right)(-z \, m \overline{A}_s)}}{2\left(\frac{b}{2}\right)} \qquad (6a)$$

$$x = \frac{-m \overline{A}_s \pm \sqrt{(m \overline{A}_s)^2 + 2 b \, z \, m \overline{A}_s}}{b} \qquad (6b)$$

Seule la solution positive a une signification pour notre exemple.

En appliquant la condition d'équilibre des moments, on obtient les forces dans la cheville :



$$F_t \, (z - \frac{x}{3}) = M_x \qquad (7a)$$

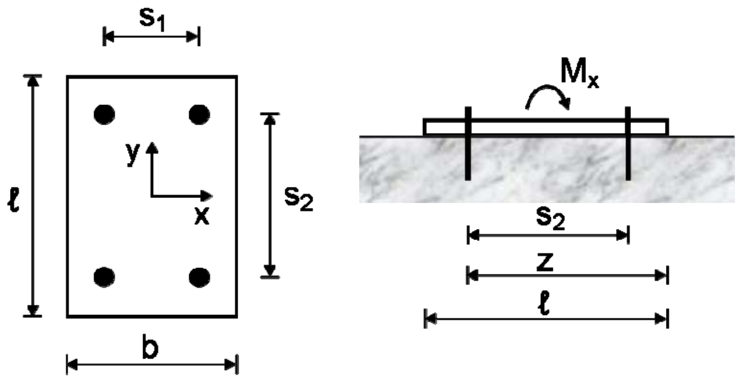
$$F_t = (2 F_s) = \frac{M_x}{(z - \frac{x}{3})} \qquad (7b)$$

Cheville isolée: $F_s = \frac{M_x}{2(z - \frac{x}{3})}$ (8)

Ayant déterminé les équations gouvernantes sous une forme générale, les forces agissant au niveau des chevilles peuvent maintenant être calculées en insérant les valeurs numériques correspondantes.

<u>Exemple réel:</u>

Platine:	b	=	160 mm
	ℓ	=	260 mm
Cheville:	HDA M10		
	s_1	=	100 mm
	s_2	=	200 mm
Charge:	M_x	=	5000 Nm



Pour une cheville HDA M10: A_s = 58 mm^2 ⇨ $\bar{A}_s$ = 116 mm^2

E_s = 200000 MPa (comme utilisé dans PROFIS Cheville 2.0)

Béton C20/25: E_c = 30000 MPa (comme utilisé dans PROFIS Cheville 2.0)

Facteur $m = \frac{E_S}{E_C} = \frac{200000\,MPa}{30000\,MPa} = 6.67$

Distance entre les chevilles sous traction et le bord opposé de la platine:

$$z = \frac{\ell}{2} + \frac{s_2}{2} = 130 + 100 = 230\,mm$$

Position de l'axe neutre (= longueur de la zone de compression):

$$x = \frac{-6.67 \cdot 116 \pm \sqrt{(6.67 \cdot 116)^2 + 2 \cdot 160 \cdot 230 \cdot 6.67 \cdot 116}}{160} = 43\,mm \quad {}^{1})$$

⇳ comme x = 43 mm est plus grand que 30 mm, qui est la distance entre la cheville et le bord de la platine (= $\ell/2 - s_2/2$), l'hypothèse que 2 chevilles sont en traction et 2 chevilles sont situées dans la zone de compression est confirmée !

Force de traction totale: $F_t = \frac{M_x}{(z - \frac{x}{3})} = \frac{5000}{\left(0.23 - \frac{0.043}{3}\right)} = 23168\,N \quad {}^{1})$

Donc la charge agissant sur chaque cheville est: $F_s = 0.5 * F_t$ = 11584 N

[1] Il convient de noter que ce calcul a été effectué en conservant toutes les décimales dans la calculatrice.